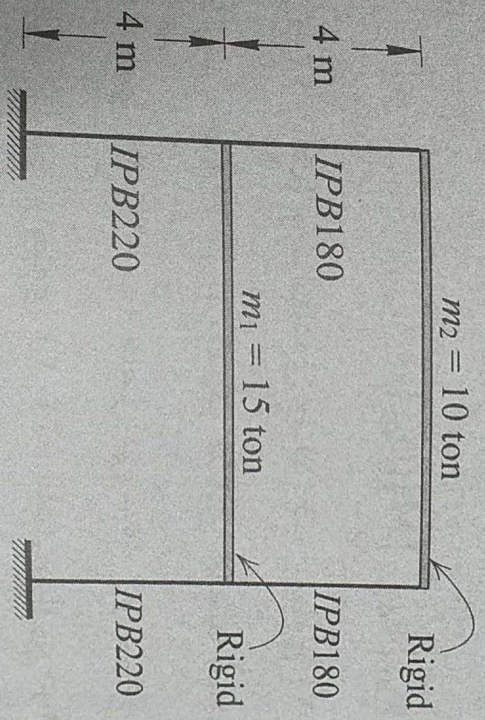


مثال ۳-۳: قالب ساختمانی شکل ۱۱-۳ را با کفهای صلب در نظر بگیرید. جان ستون‌ها در صفحه‌ی قالب قرار دارد. مطلوب است،

- الف - محاسبه‌ی ماتریس‌های سختی و جرم
- ب - تعیین فرکانس‌های طبیعی و پیرودها
- پ - مودهای ارتعاشی
- ت - تحقیق روابط (۲۵-۳) و (۲۶-۳)

$$E = 2.1 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



شکل ۱۱-۳ - قالب ساختمانی مثال ۳-۳

حل:

الف - ماتریس سختی و جرم

سختی نسبی طبقات اول و دوم بدین شرح است،

$$K_1 = \frac{12EI}{h^3} = \frac{12 \times 2.1 \times 10^6 \times 10^8}{(400)^3} = 9371 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

مثال ۳-۳:

قالب ساختمانی شکل ۱۱-۳ را با کف‌های صلب در نظر بگیرید. جان ستون‌ها در صفحه‌ی قالب قرار دارد. مطلوب است،

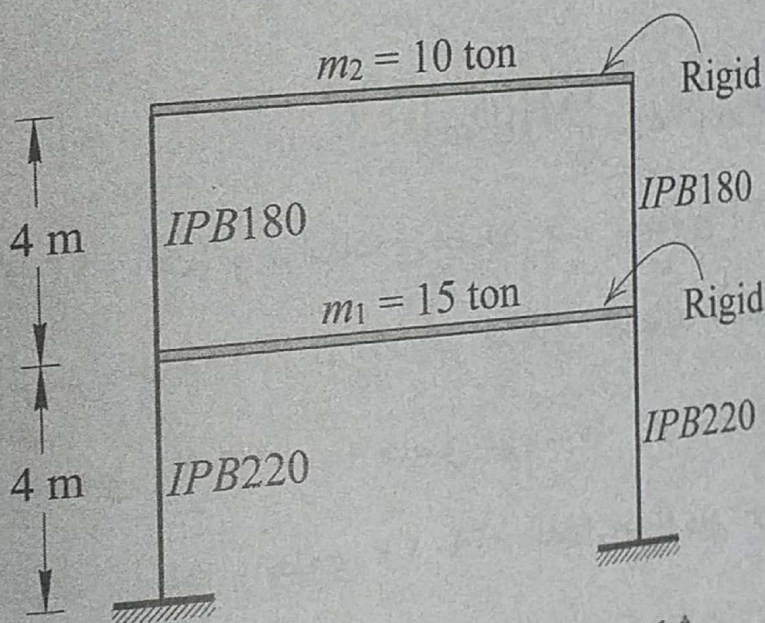
الف - محاسبه‌ی ماتریس‌های سختی و جرم

ب - تعیین فرکانس‌های طبیعی و پریودها

پ - مودهای ارتعاشی

ت - تحقیق روابط (۲۵-۳) و (۲۶-۳)

$$E = 2.1 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



شکل ۱۱-۳ - قالب ساختمانی مثال ۳-۳

حل:

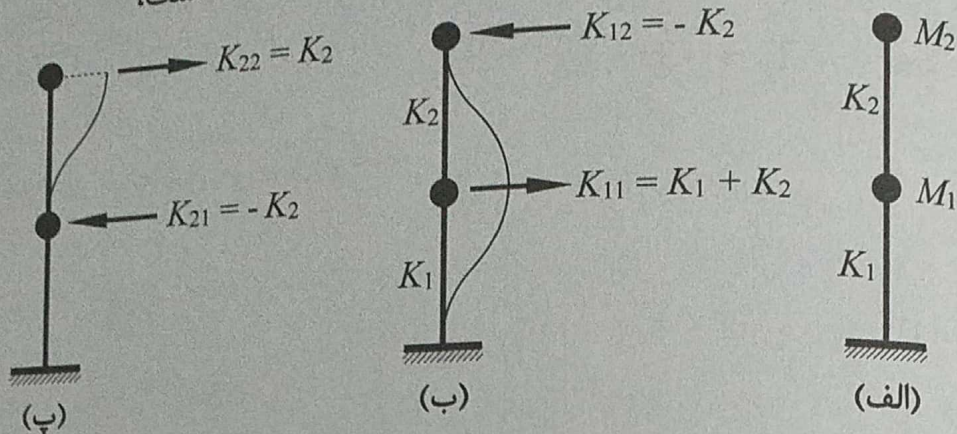
الف - ماتریس سختی و جرم

سختی نسبی طبقات اول و دوم بدین شرح است،

$$K_1 = 2 \times \frac{12EI}{h^3} = \frac{2 \times 12 \times 2.1 \times 10^6 \times 8090}{400^3} \cong 6371 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

$$K_r = 2 \times \frac{12EI}{h^3} = \frac{2 \times 12 \times 2 / 1 \times 10^6 \times 2830}{40^3} \cong 30.16 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

نحوه‌ی محاسبه‌ی ماتریس سختی در شکل ۱۲-۳ نمایش داده شده است،



شکل ۱۲-۳ - نحوه‌ی محاسبه‌ی ماتریس سختی

با فرض $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و با توجه به شکل ۱۲-۳ خواهیم داشت،

$$K_{11} = K_1 + K_r = 9386 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cong 9386 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_{12} = K_{21} = -K_r = -30.16 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cong -30.16 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K_{22} = K_r = 30.16 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cong 30.16 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

بنابراین ماتریس جرم و سختی بدین شکل است،

$$[M] = \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \times 10^3 \text{ kg} \quad [K] = \begin{bmatrix} 9386 & -30.16 \\ -30.16 & 30.16 \end{bmatrix} \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

ب - فرکانس‌های طبیعی و پریودها

چون اغلب مهندسان با واحد کیلوگرم برای بیان نیرو آشنایی بیشتری دارند و در جلد‌های قبلی نیز واحد نیرو با یکای کیلوگرم بیان گردید، در این جلد نیز در اغلب مثال‌ها واحد نیرو کیلوگرم به کار گرفته می‌شود. لیکن توصیه می‌شود در محاسبه‌ی پریودها و فرکانس‌های طبیعی واحد سختی با یکای نیوتون بر متر مورد استفاده قرار گیرد.

با توجه به روابط (۲۰-۳) می‌توان نوشت،

$$\begin{vmatrix} 9386 - 15\omega^2 & -30.16 \\ -30.16 & 30.16 - 10\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(9386 - 15\omega^2)(3016 - 10\omega^2) - 3016^2 = 0 \Rightarrow \omega_1 \cong 13 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega_2 \cong 27.54 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

با توجه به رابطه $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ، پریودهای سازه برابر خواهند بود با،

$$T_1 = 0.483 \text{ sec}$$

$$T_2 = 0.228 \text{ sec}$$

برای تعیین مودهای ارتعاشی می توان نوشت،

مود اول

$$\begin{bmatrix} 9386 - 15 \times 13^2 & -3016 \\ -3016 & 3016 - 10 \times 13^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1^1 \\ \varphi_2^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

چون دترمینان ماتریس ضرایب صفر است، دو رابطه‌ی ذکر شده در واقع یک رابطه هستند.

$$\text{مود اول} \Rightarrow 6851 \varphi_1^1 - 3016 \varphi_2^1 = 0 \rightarrow \varphi_1^1 = 1 \quad \varphi_2^1 = 2/272$$

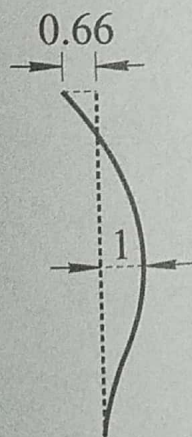
مود دوم

$$\begin{bmatrix} 9386 - 15 \times 27.54^2 & -3016 \\ -3016 & 3016 - 10 \times 27.54^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1^2 \\ \varphi_2^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

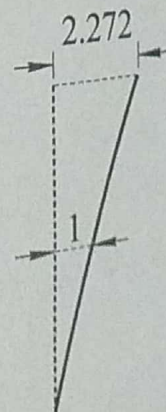
$$\text{مود دوم} \Rightarrow -1990.77 \varphi_1^2 - 3016 \varphi_2^2 = 0 \rightarrow \varphi_1^2 = 1 \quad \varphi_2^2 = -0.66$$

$$\text{مود اول: } \{\varphi_1\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2/272 \end{Bmatrix} \quad \text{مود دوم: } \{\varphi_2\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{Bmatrix}$$

شکل مودهای ارتعاشی در شکل ۳-۱۳ نشان داده شده است.



(ب) مود دوم



(الف) مود اول

شکل ۳-۱۳ - مودهای ارتعاشی قاب شکل ۳-۱۱

ب- تحقیق تعامد مودها

با توجه به رابطه‌ی (۳-۲۵) برای تعامد مودها نسبت به ماتریس جرم می‌توان نوشت،

$$\{\phi_1\}^T [M] \{\phi_2\} = [1 \quad 2/272] \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{bmatrix} \times 10^3$$

$$= [15 \quad 22/72] \begin{bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{bmatrix} \times 10^3 \cong 0$$

با توجه به رابطه‌ی (۳-۲۵) برای تعامد مودها نسبت به ماتریس سختی خواهیم داشت،

$$\{\phi_1\}^T [K] \{\phi_2\} = [1 \quad 2/272] \begin{bmatrix} 9386 & -30.16 \\ -30.16 & 30.16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{bmatrix} \times 10^3$$

$$= [2524 \quad 3826] \begin{bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{bmatrix} \times 10^3 \cong 0$$

تقریب جزئی در این روابط ناشی از گرد کردن اعداد است.

جهت آشنایی با تفاوت تحلیل دینامیکی طیفی و تحلیل استاتیکی معادل در تعیین پریود سازه، به مثال ۳-۴ توجه کنید.

مثال ۳-۴:

برای قاب ساختمانی مثال ۳-۳ مطلوب است محاسبه‌ی پریود سازه از رابطه‌ی (۳-۳-الف) و مقایسه‌ی آن با پریود حاصل از تحلیل دینامیکی

حل:

محاسبه‌ی پریود سازه از رابطه‌ی (۳-۳-الف)

$$T = 0.8 H^{0.75} = 0.8 \times (8)^{0.75} = 0.38 \text{ sec}$$

ملاحظه می‌کنید که پریود اصلی سازه با روش استاتیکی معادل $T_1 = 0.38 \text{ sec}$ و با روش تحلیل دینامیکی $T_1 = 0.483 \text{ sec}$ به دست می‌آید. شایان ذکر است روش تحلیل دینامیکی اطلاعات کامل‌تری در مورد پریودهای دیگر سازه و نیز مودهای ارتعاش در اختیار قرار می‌دهد.

مثال ۳-۱۱
برای قاب ساختمانی شکل ۳-۱۱ در مثال ۳-۳ در صورتی که قاب از نوع خمشی متوسط و زمین از نوع I در منطقه‌ی با زلزله‌خیزی متوسط و ساختمان با اهمیت متوسط باشد، مطلوب است،
الف - حداکثر تغییر مکان طبقات بر اثر زلزله‌ی طرح
ب - نیروی جانبی هر طبقه بر اثر زلزله‌ی طرح
پ - نیروی برشی حداکثر پایه بر اثر زلزله‌ی طرح

حل:

زمان‌های تناوب و مودهای ارتعاشی

با توجه به حل مثال ۳-۳ نتایجی بدین شرح برای زمان‌های تناوب و مودهای ارتعاشی به دست آمد.

$$T_1 = 0.483 \text{ sec} \quad \{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2/272 \end{Bmatrix}$$

$$T_2 = 0.228 \text{ sec} \quad \{\phi_2\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{Bmatrix}$$

جرم مودی و ضرایب مشارکت هر مود

جرم مودی برای مودهای اول و دوم با استفاده از رابطه‌ی (۳-۳۶-الف) تعیین می‌شود.

$$M_1 = \{\phi_1\}^T [M] \{\phi_1\} = [1 \quad 2/272] \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 2/272 \end{Bmatrix} = [15 \quad 22/72] \begin{Bmatrix} 1 \\ 2/272 \end{Bmatrix}$$

$$M_1 \cong 66/6 \text{ t}$$

$$M_2 = \{\phi_2\}^T [M] \{\phi_2\} = [1 \quad -0.66] \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{Bmatrix} = [15 \quad -6/6] \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{Bmatrix}$$

$$M_2 \cong 19/4 \text{ t}$$

ضرایب تحریک برای مودهای اول و دوم با استفاده از رابطه‌ی (۳-۴۰) برابرند با،

$$L_1 = \{\phi_1\}^T [M] \{r\} = [1 \quad 2/272] \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 37/72 \text{ t}$$

$$L_2 = \{\phi_2\}^T [M] \{r\} = [1 \quad -0.66] \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} = 8/4 \text{ t}$$

توجه کنید مجموع نسبت‌های $\frac{L_n}{M_n}$ باید برابر واحد باشد.

$$\frac{L_1}{M_1} + \frac{L_2}{M_2} = \frac{37/72}{66/6} + \frac{8/4}{19/4} \approx 1$$

شتاب طیفی S_{an} برای مودهای اول و دوم
با توجه به روابط (۷-۳) و (۸-۳) و جدول (۵-۳) داریم،

$T_o = 0.1 \text{ sec}$ ، $T_s = 0.4 \text{ sec}$ ، $S = 1/5$ ، $S_o = 1$
منطقه با لرزه خیزی متوسط و نوع خاک I

$$T_s < T_1 = 0.483 \text{ sec} \Rightarrow B_1 = (S+1) \frac{T_s}{T_1} = 2/5 \times \frac{0.4}{0.483} = 2/0.7$$

$$N = \frac{0.4}{4 - T_s} (T_1 - T_s) + 1 = \frac{0.4}{4 - 0.4} (0.483 - 0.4) + 1 \approx 1/0.1$$

$$\Rightarrow B_1 = B_1 N = 1/0.1 \times 2/0.7 = 2/0.9$$

$$T_o < T_2 = 0.228 < T_s \Rightarrow B_1 = S+1 = 1/5 + 1 = 2/5, N=1 \Rightarrow B_2 = 2/5$$

دقت شود که در این جا اندیس ضریب شکل طیف (B_1) و ضریب بازتاب ساختمان برای مود n ام
(B_n) با یکدیگر اشتباه نشوند.

با استفاده از رابطه‌ی (۳-۴۳) و با توجه به اینکه $A = 0.25g$ ، $I = 1$ و $R_u = 5$ خواهیم داشت،

$$S_{a1} = \frac{AB_1 I}{R_u} = \frac{0.25g \times 2/0.9 \times 1}{5} = 0.1045g$$

$$S_{a2} = \frac{AB_2 I}{R_u} = \frac{0.25g \times 2/5 \times 1}{5} = 0.125g$$

الف - حداکثر تغییر مکان طبقات

با استفاده از رابطه‌ی (۳-۴۶) و $g = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ ، بردار تغییر مکان سازه برای مودهای اول و دوم برابر است با،

$$\{u_1\} = \{\phi_1\} \frac{L_1}{M_1} \times \frac{T_1^2}{4\pi^2} \times S_{a1} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2/272 \end{Bmatrix} \frac{37/72}{66/6} \times \frac{0.483^2}{4\pi^2} \times 0.1045 \times 1000$$

$$\approx \begin{Bmatrix} 0.350 \\ 0.795 \end{Bmatrix} \text{ cm}$$

$$\{u_2\} = \{\phi_2\} \frac{L_2}{M_2} \times \frac{T_2^2}{4\pi^2} \times S_{a2} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{Bmatrix} \frac{8/4}{19/4} \times \frac{0.228^2}{4\pi^2} \times 0.125 \times 1000$$

$$\approx \begin{Bmatrix} 0.71 \\ -0.47 \end{Bmatrix} \text{ cm}$$

فصل ۱۱
برای تعیین حداکثر تغییر مکان طبقات نسبت به پی با استفاده از رابطه‌ی (۱۱-۱) می‌توان نوشت:

$$u_{1\max} = \sqrt{0.35^2 + 0.071^2} = 0.357 \text{ cm}$$

$$u_{2\max} = \sqrt{0.795^2 + 0.047^2} = 0.796 \text{ cm}$$

بنابراین حداکثر تغییر مکان طبقات اول و دوم نسبت به پی به ترتیب ۰/۳۵۷ cm و ۰/۷۹۶ cm خواهد بود.

در صورتی که قرار باشد تغییر مکان طبقات به روش استاتیکی تعیین شود، با توجه به این که

مطابق مثال ۳-۴ زمان تناوب سازه، ۰/۳۸ ثانیه به دست آمد و $T_o = 0.1$ و $T_s = 0.4$ داریم،

$$T_o < T = 0.38 < T_s \Rightarrow B_1 = S + 1 = 2/5, N = 1 \Rightarrow B = 2/5$$

$$V_u = \frac{ABI}{R_u} W = \frac{0.25 \times 2/5 \times 1}{5} \times 25 = 3/125 t > 0.12 \times 0.25 \times 25 \times 1 = 0.75 t$$

برای تعیین نیروی برشی در ارتفاع سازه با توجه به روابط (۳-۹) و (۳-۱۰) می‌توان نوشت،

$$T < 0.5 \Rightarrow k = 1$$

$$F_{u1} = \frac{W_1 h_1}{\sum_{j=1}^2 W_j h_j} V_u = \frac{15 \times 4}{15 \times 4 + 10 \times 8} \times 3/125 \cong 1/34 t$$

$$F_{u2} = V_u - F_{u1} = 3/125 - 1/34 = 1/785 t$$

با توجه به سختی نسبی طبقات، تغییر مکان جانبی نسبی طبقات را می‌توان این گونه تعیین کرد،

$$\text{تغییر مکان جانبی نسبی طبقه‌ی اول نسبت به پی} = \frac{V_u}{K_1} = \frac{3/125}{6371} = 0.491 \text{ cm}$$

$$\text{تغییر مکان جانبی نسبی طبقه‌ی دوم} = \frac{F_{u2}}{K_2} = \frac{1/785}{3016} = 0.592 \text{ cm}$$

$$\text{تغییر مکان جانبی نسبی طبقه‌ی دوم نسبت به پی} = 0.592 + 0.491 = 1.083 \text{ cm}$$

ب - نیروی جانبی هر طبقه

ابتدا بردارهای شتاب مودی را از رابطه‌ی (۳-۴۵) تعیین می‌کنیم.

$$\{\ddot{u}_1\} = \{\phi_1\} \frac{L_1}{M_1} S_{a1} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2/272 \end{Bmatrix} \frac{37/72}{66/6} \times 0.1045 g \cong \begin{Bmatrix} 0.59 \\ 0.134 \end{Bmatrix} g$$

$$\{\ddot{u}_2\} = \{\phi_2\} \frac{L_2}{M_2} S_{a2} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.66 \end{Bmatrix} \frac{8/4}{19/4} \times 0.125 g \cong \begin{Bmatrix} 0.54 \\ -0.36 \end{Bmatrix} g$$

بردار نیروی مودی هر طبقه از رابطه‌ی (۴۷-۳) برابر خواهد بود با،

$$\{f_{u1}\} = [M]\{\ddot{u}_1\} = \begin{bmatrix} 15000 & 0 \\ 0 & 10000 \end{bmatrix} \text{kg} \times \begin{Bmatrix} 0.059 \\ 0.134 \end{Bmatrix} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} = \begin{Bmatrix} 8850 \\ 13400 \end{Bmatrix} \text{N}$$

$$\{f_{u2}\} = [M]\{\ddot{u}_2\} = \begin{bmatrix} 15000 & 0 \\ 0 & 10000 \end{bmatrix} \text{kg} \times \begin{Bmatrix} 0.054 \\ -0.036 \end{Bmatrix} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} = \begin{Bmatrix} 8100 \\ -3600 \end{Bmatrix} \text{N}$$

با استفاده از رابطه‌ی (۴۸-۳) برای تعیین نیروی جانبی هر طبقه می‌توان نوشت،

$$f_{u1 \max} = \sqrt{8850^2 + 8100^2} \cong 11997 \text{ N} \quad \text{نیروی جانبی طبقه‌ی اول}$$

$$f_{u2 \max} = \sqrt{13400^2 + 3600^2} \cong 13875 \text{ N} \quad \text{نیروی جانبی طبقه‌ی دوم}$$

ب- نیروی برشی حداکثر پایه

نیروی برشی پایه برای مودهای اول و دوم بدین شرح است،

$$V_{u1 \max} = 8850 + 13400 = 22250 \text{ N} \quad \text{مود اول}$$

$$V_{u2 \max} = 8100 - 3600 = 4500 \text{ N} \quad \text{مود دوم}$$

نیروی برشی حداکثر پایه با توجه به رابطه‌ی (۴۸-۳) برابر خواهد بود با،

$$V_{u \max} = \sqrt{22250^2 + 4500^2} \cong 22700 \text{ N}$$

در این مثال نیروی برشی پایه به روش تحلیل استاتیکی معادل، $3/125 \text{ t}$ تقریباً معادل 31250 N به دست آمد.

هم‌چنین جهت ترکیب اثر مودها از روش SRSS استفاده شد. ترکیب اثر مودها به روش CQC و مقایسه‌ی آن با روش SRSS به خوانندگان محترم واگذار می‌شود.

مثال ۳-۶:

قاب ساختمانی سه طبقه‌ی دو دهانه‌ی شکل ۳-۱۴ را در نظر بگیرید. این قاب که از نوع خمشی متوسط است، در پهنه‌ی لرزه‌خیزی با خطر نسبی زیاد و روی زمین‌ی با خاک نوع II بنا شده است. ساختمان از نوع با اهمیت متوسط است. مطلوب است محاسبه‌ی پاسخ‌های سازه بر اثر زلزله مطابق با طیف موجود در ویرایش چهارم استاندارد ۲۸۰۰ بدین شرح،

الف- زمان‌های تناوب و مودهای ارتعاشی

فصل سوم: تعیین نیروهای زلزله

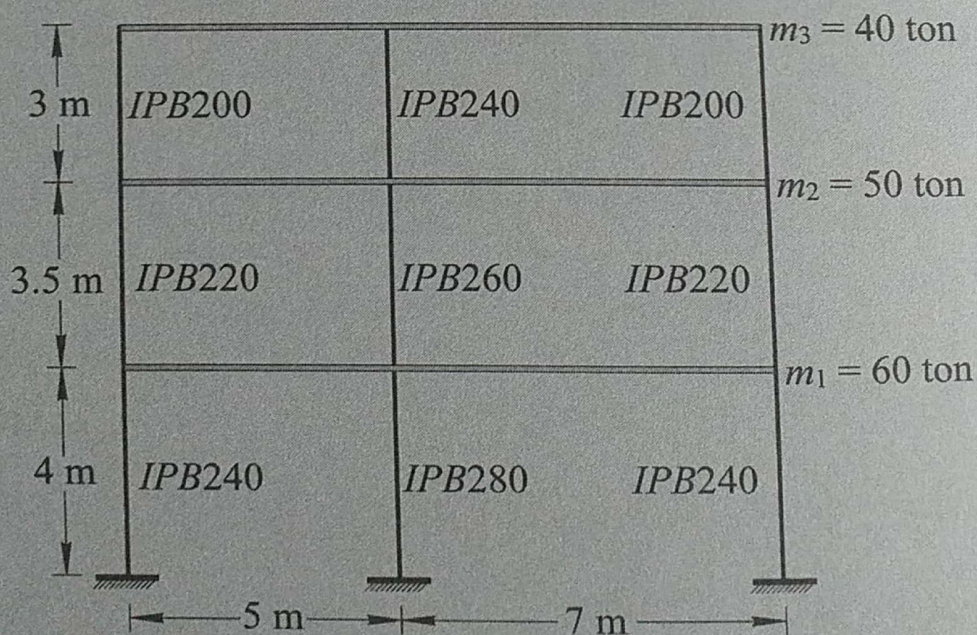
ب - حداکثر تغییر مکان طبقات

پ - نیروی جانبی هر طبقه

ت - نیروی برشی حداکثر پایه بر اثر زلزله‌ی طرح

ث - لنگر واژگونی حداکثر

$$E = 21000 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \quad g = 1000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$



شکل ۳-۱۴ - قاب ساختمانی مثال ۳-۶